

**Параметрическое возбуждение колебаний**, возбуждение колебаний, наступающее в *колебательной системе* в результате периодических изменения величины какого-либо из «колебательных параметров» системы (т. е. параметров, от величины которых существенно зависят значения потенциальной и кинетической энергий и периоды *собственных колебаний* системы). П. в. к. может происходить в любой колебательной системе, как в механической, так и в электрической, например в колебательном контуре, образованном конденсатором и катушкой самоиндукции, при периодическом изменении ёмкости конденсатора или индуктивности катушки (см. также *Параметрическое возбуждение и усиление электрических колебаний*).

П. в. к. наступает в случаях, когда отношение  $\omega_0/\omega$  (угловой частоты  $\omega_0$  одного из собственных колебаний системы к угловой частоте  $\omega$  изменений параметра) оказывается близким к  $n/2$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$ ; тогда в системе могут возбудиться колебания с частотой, близкой к  $\omega_0$  и точно равной  $\omega/2$ , либо  $\omega$ , либо  $3\omega/2$  и т. д. П. в. к. наступает легче всего, а возникшие колебания оказываются наиболее интенсивными, когда  $\omega_0/\omega \approx 1/2$ .

Классический пример П. в. к. — возбуждение интенсивных поперечных колебаний в струне, прикрепленной одним концом к ножке камертона (*рис. 1, а*) путём периодического изменения её натяжения. Легче всего П. в. к. возникает, когда один из периодов собственных колебаний струны (её основного тона или какого-либо из гармоник) приблизительно вдвое больше периода колебаний камертона. При обычном же возбуждении *вынужденных колебаний* струны (*рис. 1, б*) с периодом, равным периоду колебаний камертона, резонанс наступил бы всякий раз, когда период колебаний камертона совпадал бы с периодом одного из собственных колебаний струны. Т. о., явление П. в. к. в этом отношении сходно с *резонансом* при обычном возбуждении вынужденных колебаний; поэтому П. в. к. часто называется параметрическим резонансом.

Происхождение П. в. к. можно пояснить на модели маятника, выполненного в виде массы  $m$ , подвешенной на нити, длину которой  $l$  можно менять (*рис. 2, а*). Т. к. период колебаний маятника зависит от длины подвеса, то, меняя последнюю с периодом, например, вдвое меньшим периода собственных колебаний маятника, возможно П. в. к. Сообщив маятнику небольшие собственные колебания, удлиняем нить каждый раз, когда маятник проходит через одно из крайних положений, и уменьшаем её, когда он проходит через среднее положение в том или другом направлении (*рис. 2, б*). Натяжение нити не только уравнивает направленную вдоль неё составляющую силы тяжести  $mg \cos \alpha$  (где  $\alpha$  — угол отклонения маятника от вертикали), но и сообщает телу центростремительное ускорение  $v^2/l$ , поэтому натяжение нити  $F = mg \cos \alpha + mv^2/l$ , т. е. имеет наименьшее значение, когда маятник проходит через каждое из крайних положений (где  $v = 0$ , а  $\alpha \neq 0$ ). При уменьшении длины нити в среднем положении внешняя сила  $\Phi$  совершает большую работу, чем та отрицательная работа, которая совершается при увеличении её в крайних положениях. В результате за каждый период колебаний внешняя сила совершает положительную работу, и если эта работа превосходит потери энергии колебаний в системе за период, то энергия колебаний маятника, а значит, и амплитуда этих колебаний будут возрастать. Поэтому начальные собственные колебания, которые были сообщены маятнику, могут иметь сколь угодно малую амплитуду; в частности, это могут быть те флуктуационные колебания, которые неизбежно происходят во всякой колебательной системе вследствие воздействия на неё различных случайных факторов и имеют сплошной спектр со всевозможными фазами гармонических составляющих. Следовательно, независимо от того, в какой фазе происходят периодические изменения длины подвеса, всегда найдутся такие малые собственные колебания маятника, для которых эти изменения происходят в

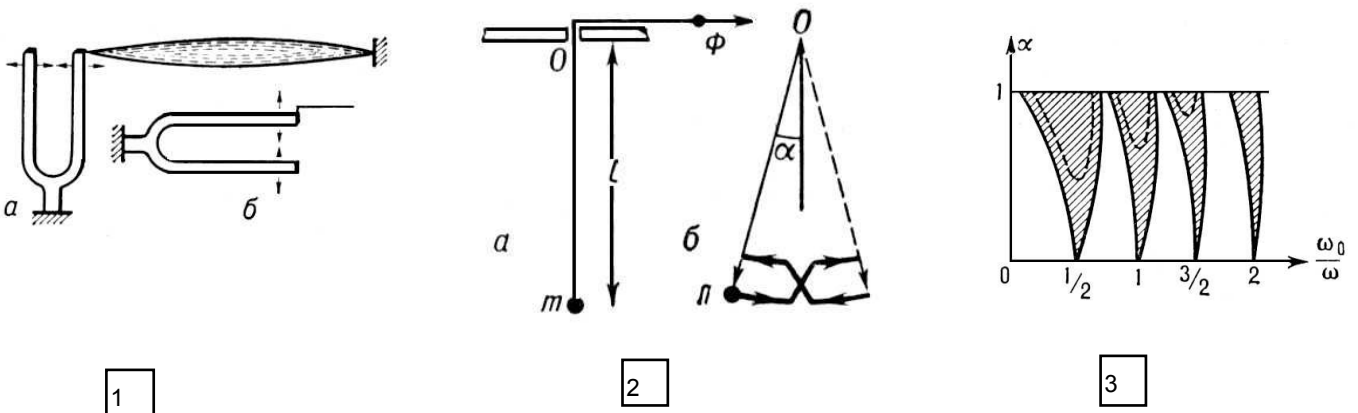
нужной фазе, вследствие чего амплитуда именно этих собственных колебаний будет возрастать.

При П. в. к. состояние равновесия в результате периодического воздействия на какой-либо параметр становится неустойчивым и система начинает совершать нарастающие колебания около положения равновесия. Однако нарастание колебаний не происходит беспредельно, т. к., когда амплитуда и скорости колебаний достигают больших значений, колебательная система начинает вести себя как *нелинейная система* и нарастание колебаний прекращается.

Области, в которых состояние равновесия неустойчиво и происходит П. в. к., как уже указывалось, лежат вблизи значений  $\omega_0/\omega = 1/2, 1, 3/2, \dots$  (**рис. 3**) и зависят от относительной амплитуды изменений параметра  $\alpha$ . Чем больше эта амплитуда, тем шире область, т. е. тем при большем отклонении  $\omega_0/\omega$  от  $1/2, 1$  и т. д. всё ещё наблюдается П. в. к. Вне областей неустойчивости П. в. к. не наступает и колебания в системе отсутствуют (в отличие от «обычного» возбуждения вынужденных колебаний, когда и вдали от резонанса слабые вынужденные колебания всё же возникают). Вблизи значений  $\omega_0/\omega = 1/2, 1, 3/2, \dots$  П. в. к. наступает, как видно из рис. 3, при сколь угодно малых амплитудах изменений параметра. Это — следствие того, что мы пренебрегли потерями энергии, всегда существующими в реальной колебательной системе. Если учесть потери энергии, то области, в которых состояние равновесия неустойчиво (пунктир на рис. 3), уменьшаются. Как и следовало ожидать, при наличии потерь неустойчивость даже в отсутствие расстройки наступает только при достаточно большой амплитуде изменений параметра, когда вклад энергии от периодического изменения параметра превосходит потери. Т. о., вследствие потерь энергии, для П. в. к. всегда существует порог. В системах с большими потерями этот порог поднимается выше предела возможных изменений параметра сначала для более высоких отношений  $\omega_0/\omega$ , а затем и для  $\omega_0/\omega = 1/2$ , т. е. явление П. в. к. вообще не может возникнуть.

Лит.: Горелик Г. С., Колебания и волны, 2 изд., М., 1959, гл. III, §9; Мандельштам Л. И., Полн. собр. трудов, т. 4, М., 1955 (Лекции по колебаниям, ч. 1, лекции 18—19).

С. М. Хайкин.



**Параметрическое возбуждение и усиление электрических колебаний**, метод возбуждения и усиления электромагнитных колебаний, в котором усиление мощности происходит за счёт энергии, затрачиваемой на периодическое изменение величины реактивного параметра (индуктивности  $L$  или ёмкости  $C$ ) колебательной системы. На возможность использования параметрических явлений для усиления и генерации электрических колебаний впервые указали Л. И. *Мандельштам* и Н. Д. *Папалекси*, однако практическое применение параметрический метод нашёл лишь в 50-е гг. 20 в., когда были созданы *параметрические полупроводниковые диоды* с управляемой ёмкостью и разработаны малошумящие *параметрические усилители СВЧ*.

Рассмотрим принцип параметрического усиления и генерации на примере простейшей системы — *колебательного контура*, состоящего из постоянных сопротивления  $R$ , индуктивности  $L$  и ёмкости  $C$ , которая периодически изменяется во времени (**рис. 1**). При резонансе ( $\omega_c = \omega_0 = \sqrt{1/LC}$ , где  $\omega_c$  — частота усиливаемого сигнала,  $\omega_0$  — собственная частота контура) заряд  $q$  на обкладках конденсатора изменяется по закону:

$$q = q_0 \sin \omega_c t = CQE_0 \sin \omega_c t. \quad (1)$$

Здесь  $E_0$  — амплитуда сигнала,  $Q = (\sqrt{L/C})/R$  — добротность контура.

Электростатическая энергия  $W$ , запасаемая в конденсаторе, равна:

$$W = (q^2/2C) = (q_0^2/4C) (1 - \cos 2\omega_c t). \quad (2)$$

Из (2) видно, что  $W$  изменяется с частотой, равной удвоенной частоте сигнала.

Если в момент, когда  $q = q_0$ , ёмкость конденсатора  $C$  скачком изменить на  $\Delta C$

(например, раздвинуть пластины конденсатора), то заряд  $q$  не успеет измениться, а энергия  $W$  изменится на величину (если  $\Delta C/C \ll 1$ ):

$$\Delta W = -W\Delta C/C. \quad (3)$$

Отсюда следует, что результирующее увеличение энергии в контуре при периодическом изменении  $C$  максимально, если уменьшать ёмкость в моменты, когда  $q$  максимально, а возвращать величину ёмкости к исходному значению при  $q = 0$ .

Это означает, что если изменять  $C$  с частотой  $\omega_H = 2\omega_c$  и с определённой фазой (**рис.**

**2**), то устройство, изменяющее  $C$ , как бы «накачивает энергию» в контур дважды за период колебаний.

Если, наоборот, увеличивать  $C$  в моменты минимальных значений  $q$ , то колебания в контуре будут ослабляться.

В более общем виде условие эффективной накачки имеет вид:  $\omega_H = 2\omega_c/n$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$  и т.д.

При  $n = 1$   $C$  изменяется каждые четверть периода сигнала ( $T_c/4$ ), при больших  $n$  — через время,

равное  $nT_c/2$ .

Простейший одноконтурный параметрический усилитель обычно представляет собой колебательную систему, где ёмкость  $C$  изменяется в результате воздействия гармонического напряжения от генератора накачки на полупроводниковый параметрический диод, ёмкость которого зависит от величины приложенного к нему напряжения. Конструктивно параметрический усилитель СВЧ представляет собой «волноводный крест» (**рис. 3**); по одному из волноводов (см. *Радиоволновод*) распространяется усиливаемый сигнал, по другому — сигнал накачки. В пересечении волноводов помещается параметрический диод. Коэффициент усиления по мощности приближённо равен:

$$K_{\text{мощ}} = 1 / \left[ 1 - \left( \frac{m}{2} \right) Q \right], \quad (4)$$

где  $m = (C_{\text{макс}} - C_{\text{мин}}) / (C_{\text{макс}} + C_{\text{мин}})$  называется глубиной изменения ёмкости.

При  $(m/2) Q \rightarrow 1$  коэффициент усиления неограниченно растёт, при  $(m/2) Q \geq 1$

система превращается в параметрический генератор (см. [Параметрическое возбуждение колебаний](#)). Основным недостатком одноконтурного параметрического усилителя — зависимость  $K_{yc}$  от соотношения между фазами усиливаемого сигнала и сигнала накачки.

Этого недостатка нет у параметрических усилителей, содержащих два контура и больше (**рис. 4**). В двухконтурном параметрическом усилителе частота и фаза колебаний во втором («холостом») контуре автоматически устанавливаются так, чтобы удовлетворить условиям эффективной накачки энергии. Если холостой контур настроен на частоту ( $\omega_2 = \omega_H - \omega_C$ ), то энергия накачки расходуется на усиление

колебаний в обоих контурах. В этом случае  $K \sim \left[1 - \frac{m}{2} \sqrt{Q_1 Q_2}\right]^{-1}$  и при

$$\frac{m}{2} \sqrt{Q_1 Q_2} \rightarrow 1$$

усилитель превращается в генератор. Такой усилитель называется регенеративным. Если усиленный сигнал снимается со второго контура регенеративного усилителя, то усилитель является также и преобразователем частоты. При  $\omega_2 = \omega_H + \omega_C$  вся энергия накачки и энергия, накопленная в сигнальном контуре, переходят в энергию колебаний суммарной частоты  $\omega_H + \omega_C$ . Такой параметрический усилитель называется нерегенеративным усилителем-преобразователем. Он устойчив при любом  $m$  и имеет широкую полосу пропускания, но обладает малым  $K_{yc}$ .

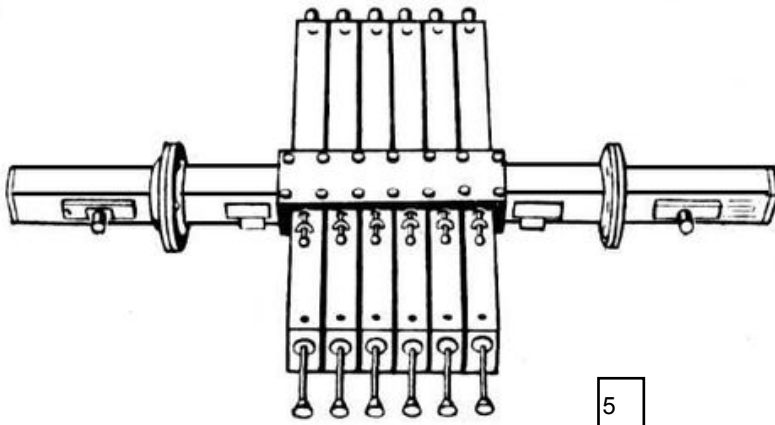
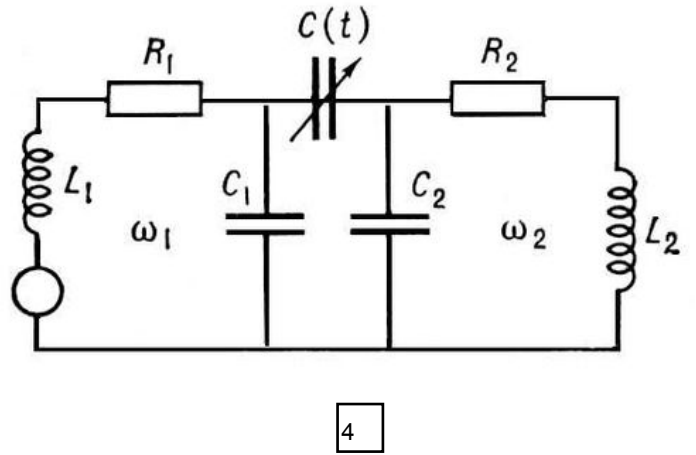
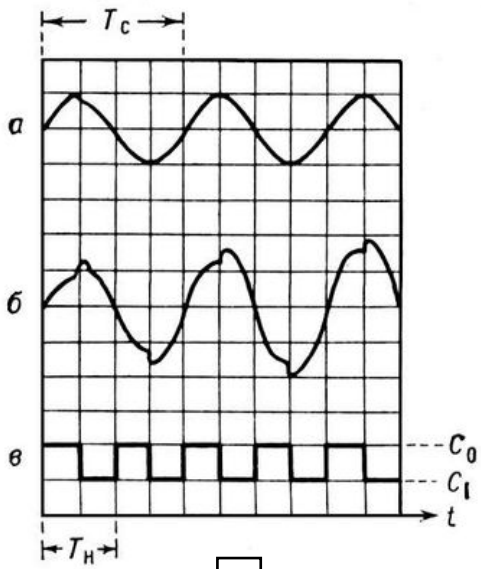
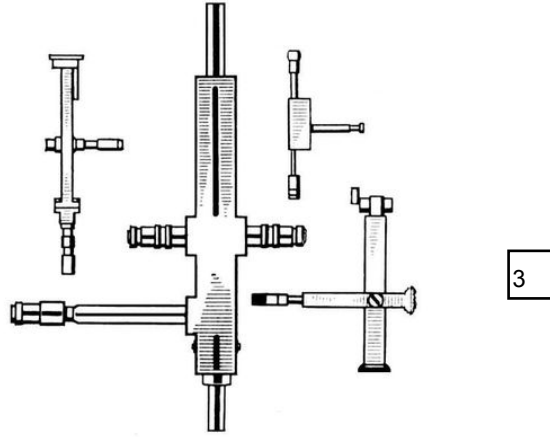
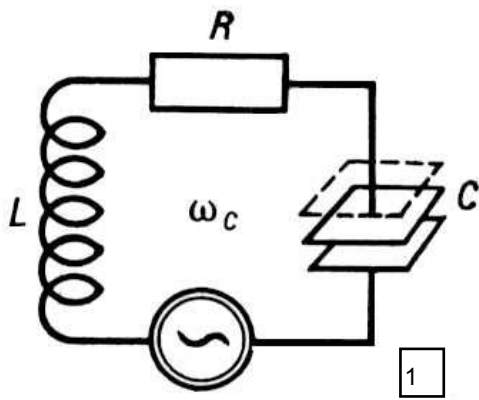
Кроме периодического изменения ёмкости с помощью параметрических диодов, применяются и др. виды параметрического воздействия. Периодическое изменение индуктивности  $L$  осуществляют, используя изменение эквивалентной индуктивности у ферритов и сверхпроводников. Периодическое изменение ёмкости  $C$  получают, используя зависимость диэлектрической проницаемости диэлектриков от электрического поля, структуры металл — окисел — полупроводник (поверхностные варакторы) и др. методами (см. [Криоэлектроника](#)). В электроннолучевых параметрических усилителях используются нелинейные свойства электронного луча, модулированного по плотности.

Наряду с резонаторными параметрическими усилителями применяются параметрические усилители бегущей волны. Электромагнитная волна сигнала, распространяясь по волноводу, последовательно взаимодействует с каждым из расположенных на пути параметрических диодов (или др. нелинейных элементов).

Ёмкость диодов изменяется за счёт подводимой к резонаторам энергии накачки. При правильно подобранных частотах, длинах волн и направлении распространения волн накачки и сигнала усиление сигнала экспоненциально нарастает по мере его распространения вдоль цепочки диодов (**рис. 5**). В параметрических усилителях бегущей волны можно получить полосу частот, достигающую 25% несущей частоты (у резонаторных — несколько %).

*Лит.:* Мандельштам Л. И., Полн. собр. трудов, т. 2, М.— Л., 1947; Эткин В. С., Гершензон Е. М., Параметрические системы СВЧ на полупроводниковых диодах, М., 1964; Регенеративные полупроводниковые параметрические усилители (некоторые вопросы теории и расчета), М., 1965; Каплан А. Е., Кравцов Ю. А., Рылов В. А., Параметрические генераторы и делители частоты, М., 1966; Лопухин В. М., Рошаль А. С., Электроннолучевые параметрические усилители, М., 1968.

*В. И. Зубков.*



**Параметрический усилитель**, радиоэлектронное устройство, в котором усиление сигнала по мощности осуществляется за счёт энергии внешнего источника (так называемого генератора накачки), периодически изменяющего ёмкость или индуктивность нелинейного реактивного элемента электрической цепи усилителя. П. у. применяют главным образом в *радиоастрономии*, дальней космической и спутниковой связи и *радиолокации* как малошумящий усилитель слабых сигналов, поступающих на вход радиоприёмного устройства, преимущественно в диапазоне СВЧ. Чаще всего в П. у. в качестве реактивного элемента используют *параметрический полупроводниковый диод* (ППД). Кроме того, в диапазоне СВЧ применяют П. у., работающие на электроннолучевых лампах, а в области низких (звуковых) частот — П. у. с ферромагнитным (ферритовым) элементом.

Наибольшее распространение получили двухчастотные (или двухконтурные) П. у.: в сантиметровом диапазоне — регенеративные «отражательные усилители с сохранением частоты» (*рис.*, а), на дециметровых волнах — усилители — преобразователи частоты (*рис.*, б) (см. *Параметрическое возбуждение и усиление электрических колебаний*). В качестве приёмного колебательного контура и колебательного контура, настраиваемого на вспомогательную, или «холостую», частоту (равную чаще всего разности или сумме частот сигнала и генератора накачки), в П. у. обычно используют *объёмные резонаторы*, внутри которых располагают ППД. В генераторах накачки применяют *лавинно-пролётный полупроводниковый диод*, *Ганна диод*, варакторный *умножитель частоты* и реже отражательный *клистрон*. Частота накачки и «холостая» частота выбираются в большинстве случаев близкими к критической частоте  $f_{кр}$  ППД (т. е. к частоте, на которой П. у. перестаёт усиливать); при этом частота сигнала должна быть значительно меньше  $f_{кр}$ . Для получения минимальных *шумовых температур* (10—20 К и менее) применяют П. у., охлаждаемые до температур жидкого азота (77 К), жидкого гелия (4,2 К) или промежуточных (обычно 15—20 К); у неохлаждаемых П. у. шумовая температура 50—100 К и более. Максимально достижимые коэффициент усиления и полоса пропускания П. у. определяются в основном параметрами реактивного элемента. Реализованы П. у. с коэффициентами усиления мощности принимаемого сигнала, равными 10—30 дБ, и полосами пропускания, составляющими 10—20% *несущей частоты* сигнала.

*Лит.:* Эткин В. С., Гершензон Е. М., Параметрические системы СВЧ на полупроводниковых диодах, М., 1964; Лопухин В. М., Рошаль А. С., Электроннолучевые параметрические усилители, М., 1968; СВЧ — полупроводниковые приборы и их применение, пер. с англ., М., 1972; Копылова К. Ф., Терпугов Н. В., Параметрические емкостные усилители низких частот, М., 1973; Penfield P., Rafuse R., Varactor applications, Camb. (Mass.), 1962.

*В. С. Эткин.*

Эквивалентные схемы параметрических усилителей: а — регенеративного; б — «с преобразованием частоты вверх»;  $u_{вх}$  — входной сигнал с несущей частотой  $f_c$ ;  $u_H$  — напряжение «накачки»;  $u_{вых1}$  — выходной сигнал с несущей частотой  $f_c$ ;  $u_{вых2}$  — выходной сигнал с несущей частотой  $(f_c + f_H)$ ;  $Tr_1$  — входной трансформатор;  $Tr_2$  — выходной трансформатор;  $Tr_2$  — трансформатор в цепи «накачки»;  $D$  — параметрический полупроводниковый диод;  $L$  — катушка индуктивности колебательного контура, настроенного на частоту  $(f_c + f_H)$ ;  $\Phi_c$ ,  $\Phi_{сн}$ ,  $\Phi_H$  — электрические фильтры, имеющие малое полное сопротивление соответственно при частотах  $f_c$ ,  $(f_c + f_H)$ ,  $f_H$  и достаточно большое при всех других частотах.

